

Clasa XI – tehnologic

Analiza matematica

I) Cazuri de nedeterminare la calculul limitelor de funcții (și metode de soluționare):

$\infty - \infty$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0}{0}$	$\infty \cdot 0$	1^∞	0^0	∞^0
-------------------	-------------------------	---------------	------------------	------------	-------	------------

II) Studiul continuității unei funcții $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ într-un punct $x_0 \in D$:

1) Funcția f este continuă în punctul $x_0 \in D$ dacă și numai dacă

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = f(x_0)$$

2) Funcția f este continuă pe mulțimea D dacă f este continuă în fiecare punct $x_0 \in D$.

3) Funcțiile elementare sunt continue pe domeniul maxim de definiție.

III) Determinarea asimptotelor unei funcții reale $f : D \rightarrow \mathbb{R}$

1) Asimptote verticale: $x_0 \in \mathbb{R}$ punct de acumulare finit pentru D

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \begin{cases} \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ este asimptotă verticală la stânga} \\ \text{finită}, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ NU este asimptotă verticală la stânga} \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \begin{cases} \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ este asimptotă verticală la dreapta} \\ \text{finită}, & \text{atunci dreapta de ecuație } x = x_0 \text{ NU este asimptotă verticală la dreapta} \end{cases}$$

2) Asimptote orizontale (catre $\pm\infty$)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \begin{cases} = l = \text{finită}, & \text{atunci dreapta de ecuație } y = l \text{ este asimptotă orizontală spre } \pm\infty \\ \pm\infty, & \text{atunci dreapta de ecuație } y = l \text{ NU este asimptotă orizontală spre } \pm\infty \end{cases}$$

3) Asimptote oblice (catre $\pm\infty$):

$$\text{Dacă } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m = \text{finit și nenul} \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \text{finit} \end{cases} \quad \text{atunci dreapta de ecuație } y = mx + n \text{ este}$$

asimptotă oblică spre $\pm\infty$ pentru funcția f .

Observatii: O funcție f NU admite simultan și asimptotă orizontală și oblică spre $+\infty$.

Clasa XI-a - Algebra

I) Matrice – operații cu matrice

II) Calculul determinantilor de ordin 2 și 3

III) Elemente de Geometrie analitică

1) Date trei puncte $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$ în sistemul cartezian xOy , putem determina:

- **Punctele sunt coliniare** dacă și numai dacă $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

- **Aria triunghiului** $M_1M_2M_3$ (dacă punctele sunt necoliniare): $S = \frac{1}{2} \cdot |\Delta|$, unde

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

2) Date punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ în sistemul cartezian xOy , putem determina:

- **Ecuația dreptei** M_1M_2 : $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$